

1 модуль «Малая олимпиада»

1. В шахматном фестивале участвовали англичане, немцы и французы. Каждый англичанин сыграл ровно с пятью немцами и двумя французами, каждый немец – с шестью англичанами и четырьмя французами, а каждый француз – с тремя англичанами и с одинаковым числом немцев. Найдите это число.
2. Двое рабочих, работая вместе, выполнили половину задания, после чего увеличили свои производительности, один — на 20%, другой — на 16%. В результате вторая половина задания была ими выполнена на один день быстрее, чем первая. Выясните, уложились ли рабочие с выполнением этого задания в двухнедельный срок.
3. Найдите наименьшее число плоскостей, которые разбивают куб на 43 части ненулевого объема.

2 модуль «Марафон ЕГЭ»

4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AP$  и  $CQ$ .
  - а) Докажите, что угол  $PAC$  равен углу  $PQC$ .
  - б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если известно, что  $PQ = 8$  и  $\angle ABC = 60^\circ$ .
5. Батыр взял кредит в банке на срок 9 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Батыром. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Батыром банку (сверх кредита)?
6. На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно  $-3$ , среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно  $-8$ .
  - а) Сколько чисел написано на доске?
  - б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
  - в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

3 модуль «УДЕ»

7. Решите задачу: а) За два года завод «Одн» снизил объём выпускаемой продукции на 51%. При этом каждый год объём выпускаемой снижался на одно и то же число процентов. На сколько? б) Составьте и решите обратную задачу.
8. Докажите 3 различными способами следующее свойство биссектрисы треугольника: **«Биссектриса внутреннего угла треугольника делит сторону, противоположную вершине этого угла на отрезки, пропорциональные образующим этот угол сторонам треугольника»**. Различными считаются способы, использующие различные математические идеи, а также различные технические приемы реализации одной и той же идеи. Укажите место каждого из приведенных способов в школьном курсе математики.
9. а) Дано равенство  $(x - 7)(x^2 - 28x + \dots) = (x - 11)(x^2 - 24x + \dots)$ . Вместо многоточий стоят некоторые числа, выбранные так, что равенство верно при любом значении  $x$ . Найдите числа, стоящие вместо многоточий. б) Составьте и решите по аналогии свой пример.

Желаем удачи!