19.02.2018

Муниципальный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 4 класс.

1.

67	1	43
13	37	61
31	73	7

2. Ответ: **12 минут**. Понятно, что за 60 минут Эрдни может постричь шерсть у 3 овец, а сын Пюрвя — у 2 овец. Значит, чабан и его сын вместе постригут 5 овец за 60 минут. А на стрижку одной овцы они потратят 60 : 5 = 12 минут. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).

3. Ответ: **через 15 лет.** Сейчас Иляне 5 лет, а Сарине 25 лет. Составим таблицу возрастов с шагом 5 лет.

Иляна	5	10	15	20
Сарина	25	30	35	40

4. Ответ: **6 шахматистов, 15 очков.** Перебором определяем. Так как каждый играет с каждым один раз, то подсчет для 15 партий следующий: первый играет 5 партий с каждым, второй, с учетом сыгранной, 4 партии и т.д. 5+4+3+2+1=15 партий. В каждой партии разыгрывается одно очко. Предположим, что все партии закончатся вничью и тогда каждая игра дает 1 очко. Тогда получается всего 15 очков. Если считать по-другому, то ответ не изменится.

5. Ответ: **320 спичек.** Ромб со стороной в 10 спичек состоит из 100 маленьких ромбиков. На каждый из маленьких ромбиков уходит 5 спичек, поэтому на 100 ромбиков потребовалось бы 500 спичек, если бы некоторые из спичек не были границей двух ромбиков, а, значит, учтены дважды.Найдем количество спичек, которые принадлежат только одному ромбику. Это – 40 спичек, образующих контур большого ромба, и 100 спичек, лежащих горизонтально. Следовательно, было 500 – 140 = 360 "двойных" спичек. Таким образом, потребуется 140 + 360 : 2 = 320 спичек.

19.02.2018

Муниципальный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 5 класс.

1.

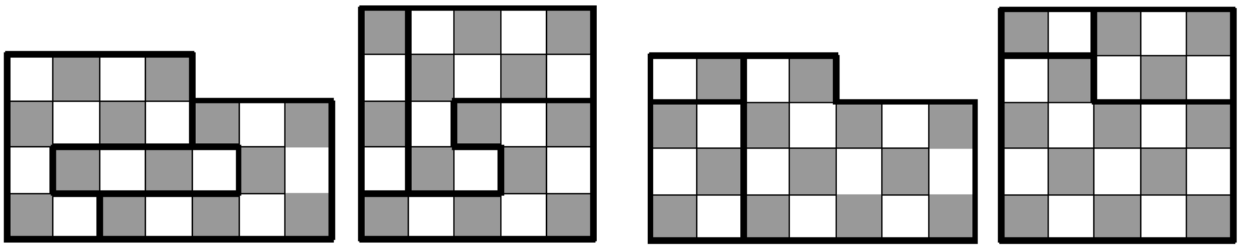
67	1	43
13	37	61
31	73	7

2. Ответ: **20 часов.** Решение. Понятно, что за 60 минут Эрдни может постричь шерсть у 3 овец, а сын Пюрвя — у 2 овец. Значит, Эрдни и его сын вместе постригут 5 овец за 60 минут. А на стрижку одной овцы они потратят 60 : 5 = 12 минут. Тогда 100 овец за 1200 минут=20 часов. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).

3. **Доказательство:** Чему может равняться возраст каждого из туристов? Очевидно, одному из чисел: 20, 21, 22, ..., 35 (всего 16 вариантов). Поэтому, если предположить, что возраст любых двух туристов различен, то в группе не больше 16 человек. Но по условию задачи их 20. Значит, в группе обязательно есть одногодки.

4. Ответ: **Нет, нельзя.** Чтобы обойти все клетки шахматной доски, надо сделать 63 хода. После каждого нечетного хода конь находится в белой клетке, после каждого четного — в черной. Значит на 63-м ходу конь обязательно придет в белую клетку. Но клетка h8 — черная, следовательно, после последнего хода в этой клетке конь оказаться не может.

5. Это можно сделать несколькими способами – см. рис.



19.02.2018

Муниципальный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 6 класс.

1.

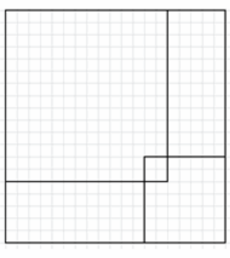
67	1	43
13	37	61
31	73	7

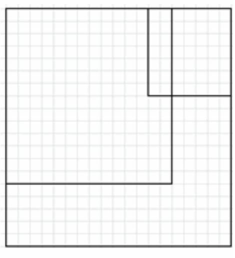
2. Ответ: **10 минут.** Решение. Понятно, что за 60 минут Эрдни может постричь шерсть у 3 овец, сын Пюрвя — у 2 овец, дочь Альмн –у 1 овцы. Значит, Эрдни, Пюрвя и Альмн вместе постригут 6 овец за 60 минут. А на стрижку одной овцы они потратят 60 : 6 = 10 минут. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).

3. Ответ: **13 девочек**. Решение. Если в классе 13 девочек, то количество их друзей-мальчиков из этого класса может быть любым целым числом от 0 до 12 (13 различных вариантов), что соответствует условию. Если же девочек будет больше 13 (хотя бы 14), то мальчиков в классе будет не больше 11 , а значит, различных вариантов количества друзей-мальчиков будет не больше, чем 12(от 0 до 11). Поэтому, хотя бы у двух девочек окажется одно и то же количество друзей-мальчиков, что противоречит условию.

4. Ответ: **на 5 партий.** Если бы у шахматиста было одинаковое количество побед и поражений, то он набрал бы 10 очков. Так как победа и поражение приносит столько же очков, сколько и две ничьи, то можно считать, что в этом случае он все 20 партий сыграл вничью. Так как в действительности он набрал на 2,5 очка больше, то пять ничьих надо заменить пятью победами, то есть у шахматиста – побед на 5 больше чем поражений.

5. Ответ: **19×19 м^2**. В первом случае пересечением ковров является квадрат площади 4 м2 (рис. слева), значит, длина стороны этого квадрата равна 2 м. Во втором случае, пересечение – прямоугольник, одна сторона которого также равна 2 м (рис. справа). Следовательно, другая сторона этого прямоугольника равна 14 : 2 = 7 (м), а это и есть длина стороны меньшего ковра. Значит, сторона большего ковра имеет длину 14 м. Так как стороны ковров накладываются друг на друга на 2 м, то длина стороны зала равна 7 + 14 – 2 = 19 (м).





19.02.2018

Муниципальный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 7 класс.

1.

67	1	43
13	37	61
31	73	7

2. **Ответ: 8,4 минуты.** Наименьшее общее кратное чисел 9, 14 и 18 равно 126. За 126 минут первый и второй, второй и третий, первый и третий насосы (каждый учтен дважды) заполнят 14 + 9 + 7 = 30 бассейнов. Следовательно, работая одновременно, первый, второй и третий насосы заполняют 15 бассейнов за 126 минут, а значит, 1 бассейн за 8,4 минуты. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).
3. **Доказательство**: Из условий следует, что найдутся 7 школьников, решивших 35 - 6 = 29 задач. Так как 29 = 4 • 7 + 1, то найдется школьник, решивший не менее пяти задач.

4. Ответ: **11**. Пусть в турнире участвуют n шахматистов и k из них – мастера. По условию $0{,}9n < 2k < n$. Отсюда $0{,}1n > 2k – n > 0$. $2k – n$ – целое число, значит, оно не меньше 1. Следовательно, $0{,}1n > 1$, $n > 10$. Случай $n = 11$ подходит: в турнире могут играть 5 мастеров и 6 кандидатов.
5. Ответ: **12 и 11 кв. единиц**. **Площадь фигуры слева больше на 1 квадратную единицу площади фигуры, расположенной справа**. Методом разрезания на части получим площади отдельных фигур. Сложив площади частей фигур, получим площадь каждой их данных фигур. Площадь первой фигуры равна 12 кв.ед., площадь второй фигуры равна 11 кв.ед.

19.02.2018

Муниципальный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году
Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 8 класс.

1.

67	1	43
13	37	61
31	73	7

2. **Ответ:** 20. Обозначим v_1 и v_2 — объёмы работ, которые выполняют за день первый и второй рабочий, соответственно, полный объём работ примем за 1. Тогда по условию задачи $12(v_1+v_2)=1$ и $2v_1=3v_2$. Решим полученную систему:

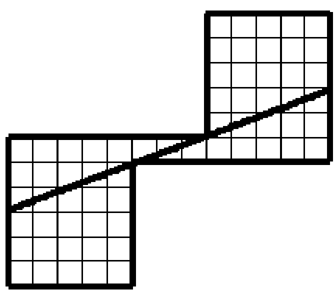
$$\begin{cases} 12(v_1+v_2)=1, \\ 2v_1=3v_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12\left(v_1+\dfrac{2}{3}v_1\right)=1, \\ v_2=\dfrac{2}{3}v_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1=\dfrac{1}{20}, \\ v_2=\dfrac{1}{30}. \end{cases}$$

Тем самым, первый рабочий за день выполняет одну двадцатую всей работы, значит, работая отдельно, он справится с ней за 20 дней.(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).

3. Ответ: **21.** Решение. Пусть в классе не более, чем 20 человек, тогда ничего не дадим первому ученику, дадим одну конфету второму ученику, две конфеты – третьему, и так далее. В этом случае, будет роздано не больше, чем 0 + 1 + 2 +…+ 19 = 190 конфет. Оставшиеся конфеты отдадим ученику, у которого больше всего конфет. Тем самым, указан способ раздать конфеты так, чтобы не нашлось двух учеников с одинаковым количеством конфет. Следовательно, в классе должно быть больше, чем 20 учеников. Если же в этом классе 21 ученик, то наименьшее количество конфет, необходимое для того, чтобы все ученики получили разное количество, равно 0 + 1 + 2 + … + 20 = 210. Так как всего раздается 200 конфет, то в этом случае условие задачи выполняется.

4. Ответ: **7 человек.** Условие можно записать в виде $2d < n < 2{,}5d$. Значит, $0{,}5d > 1$, то есть $d > 2$. При $d = 3$ получаем $6 < n < 10$, и наименьшее n равно 7.

5. Ответ: расположение следующее.



19.02.2018

Муниципальный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 9 класс

1.

3	61	19	37
43	31	5	41
7	11	73	29
67	17	23	13

2. Ответ: **16.**Пусть производительность каждого из рабочих равна $1/x$ дома в день, и пусть в новом составе бригады достраивали дома y дней. Тогда за первые 7 дней работы бригадами в 16 и 25 человек было построено $16\cdot 7/x$ и $25\cdot 7/x$ частей домов, а за следующие y дней бригадами в 24 человека и 17 человек были построены оставшиеся $24\cdot y/x$ и $17\cdot y/x$ части домов. Поскольку в результате были целиком построены два дома, имеем:

$$\begin{cases} \dfrac{16\cdot 7}{x}+\dfrac{24y}{x}=1, \\ \dfrac{25\cdot 7}{x}+\dfrac{17y}{x}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 112+24y=x, \\ 175+17y=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 112+24y=175+17y, \\ x=175+17y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=9, \\ x=328. \end{cases}$$

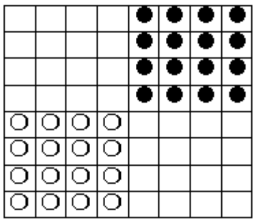
Значит, в новом составе бригады работали 9 дней. Таким образом, потребовалось 7 + 9 = 16 дней на выполнений заказов. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).

3. Ответ: **19 мальчиков и одна девочка.** Решение. Всего в советы было выбрано 5·20 = 100 человек. Девочек – половина, то есть 50. Если в классе было выбрано больше девочек, чем мальчиков, то девочек выбрано не менее трех. Значит, в 15 классах было выбрано не менее, чем 45 девочек. Еще 4 девочки было выбрано в классе. Так как Пюрвя – единственный мальчик, оказавшийся в совете вместе с четырьмя девочками, то больше ни в одном из классов не могли быть выбраны 4 девочки. Значит, в 16 классах выбрано ровно 49 девочек. Следовательно, в оставшихся четырех классах выбрали 19 мальчиков и одну девочку.

4. Докажем, что при $n > 16$ осуществить указанную расстановку невозможно. Заметим, что на каждой горизонтали и на каждой вертикали могут располагаться ладьи только одного цвета (либо она может оказаться свободной от ладей). Условимся обозначать горизонталь (вертикаль) тем же цветом, что и цвет ладей, стоящих на ней. Так как ладей больше 16, то белых горизонталей не меньше трех.

Если белых горизонталей ровно три, то в одной из них – не менее 6 ладей, то есть белых вертикалей не менее шести, а черных – не больше двух. Это, как показано выше, невозможно. Итак, белых горизонталей – не меньше четырех, значит, черных – не больше четырех. То же верно и для черных вертикалей.

Следовательно, черных ладей не больше 16. Противоречие. Пример возможной расстановки при n = 16 см. на рисунке.



5. Ответ: **8 прыжков.** За 8 прыжков кузнечик может посетить все отмеченные точки: маршрут *FABGQEDCH* изображен на рис. а (*Q* – вершина равнобедренного треугольника с основанием *GE* и стороной 50 см).

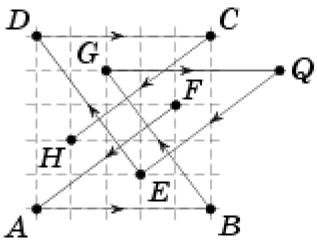


Рис. а

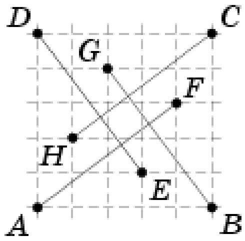


Рис. б

прыжками он обойтись не может. Действительно, чтобы за семь прыжков посетить все восемь отмеченных точек, он должен был бы начать в одной из отмеченных точек и каждым прыжком попадать в новую отмеченную точку. Все точки *E*, *F*, *G*, *H* не могут быть концами маршрута. Однако на расстоянии 5 от каждой из точек *E*, *F*, *G*, *H* есть только одна отмеченная точка (*D*, *A*, *B*, *C* соответственно, см. рис. б).

Муниципальный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы на олимпиадные задания по математике (УДЕ) 10 класс

1.

3	**61**	**19**	**37**
43	**31**	**5**	**41**
7	**11**	**73**	**29**
67	**17**	**23**	**13**

2. Ответ: **8 часов.** Пусть третья свеча сгорает за x ч. Тогда скорость сгорания третьей свечи $\frac{1}{x}$ (1/ч), первой свечи — $\frac{1}{4}$(1/ч), второй свечи — $\frac{1}{6}$ (1/ч).

Пусть до того, пока третья свеча поравнялась по длине со второй свечой, прошло t ч. К этому моменту сгорела $\frac{t+1}{x}$ ед. длины третьей свечи, $\frac{t}{6}$ ед. длины второй свечи. По условию задачи они равны. Решим уравнение $\frac{t}{6}=\frac{t+1}{x}$ относительно t.

$$tx=6t+6 \Leftrightarrow tx-6t=6 \Leftrightarrow t(x-6)=6 \Leftrightarrow t=\frac{6}{x-6}\ (*)$$

Но за 2 часа до этого момента поравнялись по длине третья и первая свечи. К этому моменту первая свеча горела ($t-2$) ч, а третья — ($t-1$) ч, сгорела $\frac{t-2}{4}$ ед. длины первой свечи, $\frac{t-1}{x}$ ед. длины третьей свечи. Эти значения тоже равны.

Решим уравнение $\frac{t-1}{x}$ относительно t.

$$tx-2x=4t-4 \Leftrightarrow tx-4t=2x-4 \Leftrightarrow t(x-4)=2x-4 \Leftrightarrow t=\frac{2x-4}{x-4}\ (**)$$

Приравняем правые части уравнений (*) и (**) и решим полученное уравнение относительно x.

$$\frac{6}{x-6}=\frac{2x-4}{x-4} \Leftrightarrow 6x-24=2x^2-12x-4x+24 \Leftrightarrow 2x^2-22x+48=0 \Leftrightarrow x^2-11x+24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3, \\ x=8. \end{array}\right.$$

Корень, равный 3, не подходит по смыслу задачи: он не может быть меньше 6.

(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).

3. Предположим, от противного: из каждого класса пришло не больше 14 учеников. Пусть из m классов пришло по одному ученику, а из n – от 2 до 14. Тогда m + 2n ≤

9 (иначе, взяв из m классов по одному ученику, а из остальных – по два, получим противоречие с условием). Значит, всего учеников не больше $m + 14n = (m + 2n) + 6\bullet 2n \leq 9 + 6\bullet 8 = 57 < 60$. Противоречие.

4. Ответ: **Не могли.** В круговом турнире из шести участников разыгрывается $6\cdot 5 : 2 = 15$ очков, причём каждый участник может набрать не более пяти очков. Если бы мальчики набрали в два раза больше очков, чем девочки, то они набрали 10 очков на двоих, то есть по 5 очков каждый. Но тогда оба должны были выиграть все партии, что невозможно (в личной встрече кто-то из них должен потерять очки).

5. Ответ: **$a/6$ и $V=2a^3/27$.**

Решение: Пусть x-высота коробки, тогда основание коробки – квадрат со стороной a-2x. Объем коробки равен $V= x(a-2x)^2$.

Для решения задачи нужно найти такое значение x, при котором функция $V(x)=x(a-2x)^2$ принимает наибольшее значение на интервале $o<x<a/2$. Сумма трех измерений равна $S= 2a-4x$ не является постоянной. Воспользуемся леммой, умножив объем на 4. $4V= 4x(a-2x)(a-2x)$ сумма длин трех измерений постоянна $S = 2a$. Тогда $4x=a-2x$, $x=a/6$.

Итак, если высота коробки будет равна $a/6$, то ее объем будет наибольшим. $V=2a^3/27$.

19.02.2018

Муниципальный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы на олимпиадные задания по математике (УДЕ) 11 класс

1.

3	61	19	37
43	31	5	41
7	11	73	29
67	17	23	13

2. Ответ: 326 дней. Пусть каждая бригада, работая отдельно, может выполнить задание за: x дней — первая бригада, y дней — вторая, z дней — третья бригада. При этом $x>0,\ y>0,\ z>0.$ Тогда за 1 день первая бригада выполнит $1/x$ часть, вторая — $1/y$ часть, третья — $1/z$ часть задания.

Первая и вторая бригады, работая вместе, могут выполнить за один день не менее 1/42 часть задания, вторая и третья бригады 1/85 часть, первая и третья бригады 11/55 часть задания. Значит, справедлива следующая смешанная система:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\ge\dfrac{1}{42}, \\ \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{85}, \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{55}. \end{cases}$$

Вычитая почленно из третьего уравнения второе, получим:

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{55}-\frac{1}{85}\Leftrightarrow\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{30}{4675}\Leftrightarrow\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{6}{935}.$$

Полученное уравнение почленно прибавим к первому неравенству системы.

$$\frac{2}{x}\ge\frac{1}{42}+\frac{6}{935}\Leftrightarrow\frac{2}{x}\ge\frac{935+252}{935\cdot42}\Leftrightarrow\frac{2}{x}\ge\frac{1187}{935\cdot42}\Leftrightarrow\frac{1}{x}\ge\frac{1187}{935\cdot84}.$$

По условию: $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{55}-\dfrac{1}{x}.$ Следовательно, $\dfrac{1}{x}\ge\dfrac{1187}{935\cdot84},$

$$\frac{1}{z}\le\frac{1}{55}-\frac{1187}{17\cdot55\cdot84}\Leftrightarrow\frac{1}{z}\le\frac{17\cdot84-1187}{17\cdot55\cdot84}\Leftrightarrow\frac{1}{z}\le\frac{241}{935\cdot84}\Leftrightarrow$$

$$z\ge\frac{935\cdot84}{241}\Leftrightarrow z\ge\frac{78540}{241}\Leftrightarrow z\ge325\frac{215}{241}.$$

Поскольку требуется найти минимальное целочисленное значение z, то искомым значением z будет 326. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).

3. Ответ: **6 игр.** Решение. Наименьшее суммарное количество очков, набранных командами, равно 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15, то есть игр – не менее пяти. Но пяти игр также не хватит, так как в этом случае каждая игра должна была закончиться победой одной из команд, а тогда количество очков у каждой команды было бы кратно трем. Шесть игр состояться могло. Один из возможных примеров – см. таблицу.

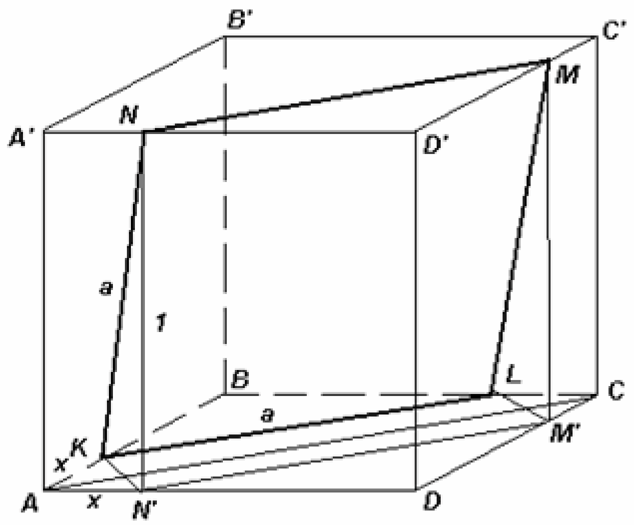
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**О**
A		1	3	1		**5**
B	1				3	**4**
C	0			3		**3**
D	1		0		1	**2**
E		0		1		**1**

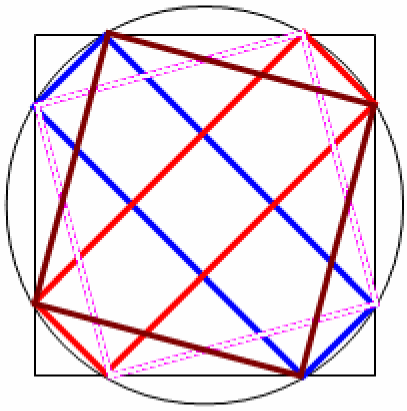
4. Ответ**: 9 человек.** Будем для краткости называть игроков, занявших последние три места, *плохими*, а всех остальных – *хорошими*. Плохие игроки сыграли между собой три партии, и в этих партиях было набрано в общей сложности три очка. По условию, это – половина всех очков, набранных плохими игроками; значит, в играх с хорошими плохие игроки набрали ещё 3 очка. Но всего между плохими и хорошими игроками было сыграно $3(n-3)$ партий и разыграно столько же очков (n – общее число игроков). Из них 3 очка взяли плохие игроки, а остальные очки – хорошие. Следовательно, в партиях с плохими игроками хорошие игроки завоевали $3(n-3)-3=3(n-4)$ очков, и, значит, столько же очков хорошие игроки набрали (в общей сложности) в играх друг с другом. Между хорошими игроками было проведено $\frac{1}{2}(n-3)(n-4)$ партий и разыграно столько же очков. Следовательно, $(n-3)(n-4)=6(n-4)$, откуда $n=4$ или $n=9$. Первый вариант должен быть исключён, так как в этом случае единственный хороший игрок набрал бы 0 очков, то есть не был бы первым. Остаётся одно решение: $n=9$. Для 9 игроков такое могло случиться: пример соответствующей турнирной таблицы приведен ниже.

	0	0	1	1	1	1	1	1
1		0	0	1	1	1	1	1
1	1		0	0	1	1	1	1
0	1	1		0	0	0	1	1
0	0	1	1		0	1	0	1
0	0	0	1	1		1	1	0
0	0	0	1	0	0		½	½
0	0	0	0	1	0	½		½
0	0	0	0	0	1	½	½	

5. Ответ: 1,125.

Проекция квадрата на плоскость грани *ABCD* является параллелограммом, а по теореме о трёх перпендикулярах – это даже прямоугольник *KLM'N'* (рис. слева).





Поскольку противоположные вершины прямоугольника лежат на противоположных сторонах квадрата, то центр прямоугольника лежит на пересечении средних линий квадрата, то есть совпадает с центром O квадрата $ABCD$.

Окружность с центром O и диаметром, равным диагонали прямоугольника, пересекает каждую сторону квадрата не более чем в двух точках. Ясно, что возможны четыре вписанных в квадрат прямоугольника с этими вершинами: в двух из них диагонали прямоугольника параллельны диагоналям квадрата, в двух других прямоугольник является квадратом (рис справа). В нашей ситуации последнее невозможно, так как $KN' < KN = KL$. Пусть $KL = KN = a$, $AK = AN' = x$, тогда $BK = 1 – x$ (рис. слева). Из прямоугольного треугольника KNN' $a^2 = 2x^2 + 1$, а из прямоугольного треугольника KBL $a^2 = 2(1 – x)^2 = 2 – 4x + 2x^2$. Отсюда $2 – 4x = 1$, $x = \frac{1}{4}$. Значит, $S_{KLMN} = a^2 = \frac{9}{8}$.