

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, КУЛЬТУРЫ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЛМЫКИЯ**



Республиканская олимпиада учителей математики «КУБ-2013»

1 модуль «Малая олимпиада»

1. Решите уравнение $10x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = 0$
2. Решите неравенство: $[x] \cdot \{x\} < x - 1$.
3. Найти четырехзначное число, у которого первые две цифры совпадают, следующие две — также совпадают и которое является квадратом натурального числа.

2 модуль «Марафон ЕГЭ»

4. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{1}{5x-12} + \frac{2x^2-6x+1}{x-3} \geq 2x, \\ \log_{x+1}(2x+7) \cdot \log_{x+1} \frac{2x^2+9x+7}{(x+1)^4} \leq -2. \end{cases}$$

5. Решите задачу. В окружности проведены хорды PQ и CD, причем $PQ=PD=CD=12$, $CQ=4$. Найдите CP.
6. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^2 + (a+7)^2 = |x-7-a| + |x+a+7|$ имеет единственный корень.

3 модуль «УДЕ»

Решите задачи №7,8,9 возможно большим числом способов (различными считаются способы, использующие различные математические идеи, а также различные технические приемы реализации одной и той же идеи). Укажите место каждого из использованных Вами способов решения в школьном курсе математики.

7. а) Решите задачу. На дне озера бьют ключи. Стадо из 183 слонов могло бы выпить озеро за 1 день, а стадо из 37 слонов — за 5 дней. За сколько дней выпьет озеро один слон?
б) Составьте и решите обратные задачи.
8. Точка P лежит на дуге AB окружности, описанной вокруг равностороннего треугольника ABC. Докажите, что $PC = PA + PB$.
9. Пусть A, B и C — точки пространства, не лежащие на одной прямой. Обозначим через S площадь треугольника ABC. Докажите, что $S^2 = S_{xy}^2 + S_{yz}^2 + S_{xz}^2$, где S_{xy}, S_{yz} и S_{xz} — площади проекций треугольника ABC на координатные плоскости Oxy, Oyz и Oxz, соответственно.