**Ответы на олимпиадные задания по математике (УДЕ) 10 класс**

1. **Ответ:** 24,18,12,6; 3, 9, 27, 81.

Решение. Пусть a, a + d, a + 2d, a + 3d — искомая арифметическая прогрессия, b, bq, bq2, bq3 — искомая геометрическая прогрессия. По условию

a + b = 27, a + d + bq = 27, a + 2d + bq2 = 39, a + 3d + bq3 = 87.

Вычтем из второго уравнения первое, из третьего второе, из четвёртого третье:

d + b(q - 1) = 0, d + bq(q - 1) = 12,

d + bq2(q - 1) = 48.

Из первого уравнения получаем b(q - 1) = - d; подставим это выражение во второе и третье уравнения:

d - dq = 12,

d - dq2 = 48.

Поделив последнее уравнение на предпоследнее, получим q = 3. Следовательно, d = - 6, b = 3 и a = 24. Таким образом, искомые прогрессии — это 24, 18,12,6; 3, 9, 27, 81.



1. **Ответ:** х = 95, у = 0, z = 94 или х = 31, у = 2, z = 32.

Решение. Вычтя из второго уравнения первое, получим (х - z)(1 - у) = 1.

По условию, х, у, z целые, тогда возможны два случая:

1) х– z = 1, 1 – у = 1, т. е. у = 0. Подставив значение у в систему, получим: z =94, x=95.

2) х –z = -1, 1 – у = - 1, т. е. z = х +1, у = 2. Подставим найденные значения у и z в первое уравнение, получим 2х + х +1 = 94, х = 31. Отсюда z = 32.

**5. Ответ: 5.** Пусть имеется n учеников с возрастами m_1;m_2; ... ;m_n. Обозначим также возраст учителя за **х**.

Тогда согласно условию: \dfrac{m_1+m_2+...+m_n}{n}+24=x(учитывая средний только одних возраст учеников), откуда следует, что m_1+m_2+...+m_n=n \cdot (x-24).

Так как учитель имеет возраст на 20 лет больше общего среднего возраста, то \dfrac{m_1+m_2+...+m_n+x}{n+1}+20=x.

Подставляя в последнее равенство вместо m_1+m_2+...+m_n выражениеn \cdot (x-24) получаем, что

\dfrac{n \cdot (x-24)+x}{n+1}+20=x  
Домножая на знаменатель и раскрывая скобки приходим к равенству:  
xn-24n+x+20n+20=xn+x, откуда 4n=20 \implies n=5

Оценивать следующим образом: решение прямой задачи 4 балла, запись текста обратной задачи -1 балла, решение обратной задачи-2 балла.