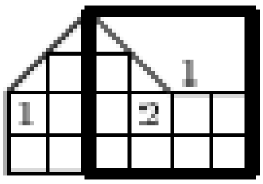
Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году

Решение 4 класс

1. **Ответ: 1010.** Решение: Сумма вычитаемого и разности равна уменьшаемому.
   У-В=Р У=В+Р У+В+Р=2020 У+У=2020 У=1010
2. **Ответ: 21 м/с, 147 м.** Решение: На 378 м поезду потребовалось 25 – 7 = 18 секунд. Следовательно, его скорость равна 378 : 18 = 21 м/с, а длина 21·7 = 147 м.
   (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).
3. **Ответ: 4 стола.**
   Решение:
   1) 14:2 = 7 (столов) – с 1 ящиком
   2) 25-7=18 (ящиков) – всего ящиков осталось с 2 и 3 ящиками
   3) 2·7=14 (ящиков) – все столы с 2 ящиками
   4) 18-14 =4 (ящика) – «лишние»
   5) 3-2 = 1 (ящик) – разница
   6) 4:1 = 4 (стола) – с 3 ящиками
4. **Ответ:** решение на рисунке

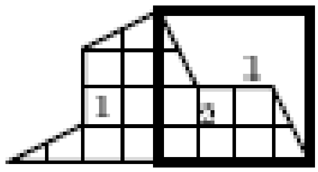


5. **Ответ: *x*=7 см, S=143 см²**. Решение. Заметим, что сторона самого большого квадрата равна сумме сторон двух квадратов: следующего за ним по часовой стрелке и самого маленького.
   Так как противоположные стороны прямоугольника равны, получим запись
   x+(x-1)=(x-3)+(x-3)+(x-2). Перебором находим сторону большого квадрата, которая равна 7см. Тогда стороны прямоугольника равны 13 см и 11 см.

Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году

Решение 5 класс

1. **Ответ: 27.** Решение: Число, которое в 3 раза больше суммы своих цифр, должно делиться на 3. Перебираем различные варианты. Итак, искомое число можно записать в виде 10x + y. Сумма цифр этого равна x + y. Значит, можно составить уравнение 10x + y = 3(x + y). Решив его, получим: x = 2, y=7. Искомое же число 27.
2. **Ответ: 2 часа.** Решение. Пусть расстояние между городами будет равно 240 км.
   1) 240:3=80 (км/ч) – скорость автомобиля
   2) 240:6=40 (км/ч) – скорость грузовика
   3) 80+40=120 (км/ч) – скорость сближения
   4) 240:120=2 (часа) – время встречи.
   (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).
3. **Ответ: 20 рублей**. Решение: 6 тетрадей, 6 ручек и 6 карандашей стоят 720 рублей. Сложим все суммы и получим, что 8 тетрадей, 6 ручек и 6 карандашей стоят 760 рублей. Тогда 2 тетради стоят 40 рублей, а 1 тетрадь стоит 20 рублей.
4. **Ответ:** решение на рисунке



5. **Ответ: Р=39 см, S = 189/2=94, 5 см^2** Стороны двух маленьких квадратов одинаковы и равны 3 см. Сторона большого внутреннего квадрата 6 см, тогда CD = AB = 9 см. Находим стороны двух остальных квадратов 9:2=4,5 см. Значит BC=AD=10,5 см. Периметр ABCD= 2·(9+10,5) =39 см.

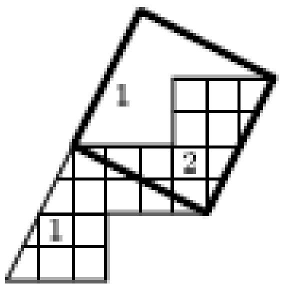
Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году

Решение 6 класс

1. **Ответ: 33.** Решение: Среди чисел от 1 до 100 единицу в записи содержит ровно двадцать: это сама единица, десять чисел от 10 до 19, числа 21, 31, ..., 91 (их восемь) и число 100. Значит, ни одно из этих чисел не было стерто. Аналогично, чисел с двойкой ровно девятнадцать: сама двойка, десять чисел третьего десятка, а также 12, 32, 42, ..., 92 (таких восемь). То есть и из них Батр ни одно не стер. Всего таких чисел 19 + 20 – 2 = 37 (мы вычитаем 2, поскольку числа 12 и 21 посчитаны два раза). Всего осталось 37 + 30 = 67 чисел, а Батр стер 100 – 67 = 33 числа.
2. **Ответ: 60 минут.** Решение. Путь, который велосипедист проехал за 12 минут (до встречи с мотоциклистом), мотоциклист проехал за 3 минуты. Таким образом, скорость велосипедиста в 4 раза меньше скорости мотоциклиста 12:3=4. Весь путь мотоциклист проехал за 15 минут, значит, велосипедист проехал этот путь в 4 раза дольше 15 х 4=60 минут. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).
3. **Ответ: 3 мужчин,13 женщин, 4 детей.**
   Решение: Пусть количество мужчин-М, женщин - Ж. детей-Д. По условию
   $М + Ж + Д = 20$, $20М + 5Ж + 3Д = 137$
   Выразим $Д = 20 - М - Ж$ $\quad 20М + 5Ж + 3(20 - М - Ж) = 137$
   $20М + 5Ж + 60 - 3М - 3Ж = 137$
   $17М + 2Ж = 77$ Перебором находим 2 решения уравнения, из которых удовлетворяет условию задачи только М=3. Тогда Ж=13, а Д=4.

мужчина	1	3
женщина	30	13

4. **Ответ:** решение на рисунке.



5. **Ответ: 8 см^2.** Решение:
   1 способ. Площадь четырехугольника равна сумме площадей 2 треугольников с обшей стороной 4 см. Поэтому $S = 1 \cdot 4 : 2 + 4 \cdot 3 : 2 = 8$.
   2 способ. Площадь четырехугольника равна разности площади квадрата 4х4 и четырех прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырехугольника. Поэтому $S = 4 \cdot 4 - 1 \cdot 3 : 2 - 1 \cdot 1 : 2 - 1 \cdot 3 : 2 - 3 \cdot 3 : 2 = 8$

Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году

Решение 7 класс

1. **Ответ: 225.** Решение: Пусть x — наименьшее из написанных чисел. Обозначим через (x + y) вычеркнутое число (0 < y < 9). Тогда x + (x + 1) + (x + 2) +(x + 3) + (x + 4) + (x + 5) + (x + 6) + (x + 7) + (x + 8) + (x + 9) - (x + y) = 2020
   Приведём подобные слагаемые: 10x + 45 - x - y = 2020, то есть 9x = 1975 + y. Отсюда 1975 + y делится на 9. Учитывая условие, что 0 < y <9 получаем y = 5. Значит, x = 1980 : 9 = 220, x + y = 225.
2. **Ответ: в 6 раз.** Решение. Обозначим точку, в которой Иляна встретила автобус буквой А. Так как Иляна приехала в школу на 10 минут раньше, то автобус был в пути на 10 минут меньше обычного. Т.е. путь от А до дома Иляны и снова до А занимает у автобуса 10 минут, следовательно, путь от А до дома занимает у него 5 минут. Посмотрим, сколько времени занимает этот же путь у идущей пешком Иляны. В тот момент, когда она встретила автобус, ему оставалось ехать до дома Иляны еще 5 минут. А так как Иляна вышла из дома на 35 мин. раньше, то в этот момент она была в пути уже 35-5=30 мин. Итак, мы выяснили, что на участок, который автобус проезжает за 5 минут Иляна потратила 30 мин. Следовательно, скорость школьного автобуса больше скорости Иляны в 6 раз. $\frac{v_{авт}}{v_{Иляны}} = \frac{S}{t_{авт}} : \frac{S}{t_{Иляны}} = \frac{t_{Иляны}}{t_{авт}} = \frac{30}{5} = 6$
   (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).
3. **Ответ: на 80%.** Решение. Пусть количество марок «космос» - x, «архитектура» - y и «японские нецки» - z.
   $$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + y + z = 1{,}7 \\ x + 3y + z = 1{,}5 \\ x + y + 3z = p \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 5y + 5z = 5 \\ 3x + y + z = 1{,}7 \\ x + 3y + z = 1{,}5 \\ x + y + 3z = p \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 5y + 5z = 5 \\ 5x + 5y + 5z = 1{,}7 + 1{,}5 + p \end{cases}$$
   1,7 + 1,5 + p = 5, p = 5 – 3,2 = 1,8. Таким образом, на 80% изменилось бы общее количество марок, если количество марок «японские нецки» увеличить втрое.
4. **Ответ:** возможны 2 способа разрезания (рис.1, рис.2). Нижний треугольник (рис.3) переместить вверх и получится квадрат.

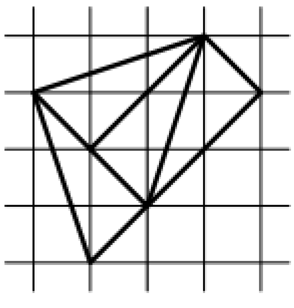


Рис.1

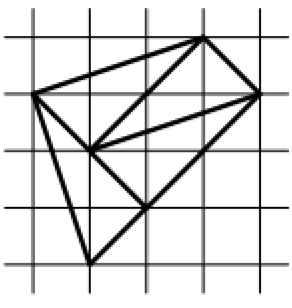
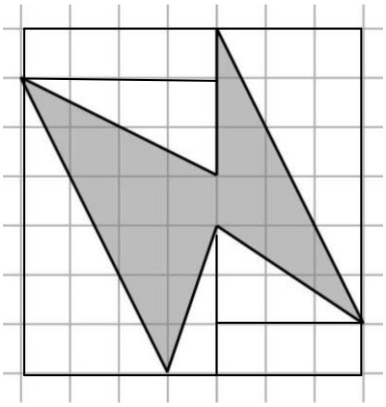


Рис.2

5. Ответ: 15,5 см^2. Решение: Площадь четырехугольника равна разности площади квадрата 7х7 и 7 фигур (прямоугольников и прямоугольных треугольников). Поэтому $S = 7 \cdot 7 - 4 - 3 - 3 \cdot 6 : 2 - 3 \cdot 6 : 2 - 4 \cdot 2 : 2 - 1 \cdot 3 : 2 - 2 \cdot 3 : 2 = 15{,}5$



Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году

Решение 8 класс

1. Ответ: **51и 15; 84 и 48; 62 и 26; 73 и 37, 95 и 59, 21и 12; 32 и 23; 43 и 34;54 и 45, 65 и 56, 76 и 67, 87 и 78, 98 и 89.**
Решение.
Пусть числа представимы в виде $\overline{xy}$ и $\overline{yx}$, состоящие из следующих цифр x и y.
Тогда разность $\overline{xy}-\overline{yx}=10x+y-10y-x=9(x-y)$ равна полному квадрату при $x-y=4$

x	5	6	7	8	9
y	1	2	3	4	5

Получим следующие пары чисел: 51и 15; 48 и 84; 62 и 26;73 и 37, 95 и 59. При $x-y=1$

x	2	3	4	5	6	7	8	9
y	1	2	3	4	5	6	6	8

Получим следующие пары чисел: 21и 12; 32 и 23; 43 и 34;54 и 45, 65 и 56, 76 и 67, 87 и 78, 98 и 89.

2. Ответ: **2 км/ч.** Решение: Пусть собственная скорость парохода равна х км/ч, а скорость течения реки у км/ч. Составим таблицу.

Этапы	направления движения	путь	скорость	время	израсходованное время
первый	по течению	100	х+у	$\frac{100}{x+y}$	9ч
	против течения	64	х-у	$\frac{64}{x-y}$	
второй	по течению	80	х+у	$\frac{80}{x+y}$	9ч
	против течения	80	х-у	$\frac{80}{x-y}$	

Составим систему уравнений и решим её:

$$\begin{cases}\frac{100}{x+y}+\frac{64}{x-y}=9\\ \frac{80}{x+y}+\frac{80}{x-y}=9\end{cases}\begin{cases}\frac{400}{x+y}+\frac{256}{x-y}=36\\ \frac{400}{x+y}+\frac{400}{x-y}=45\end{cases}\begin{cases}\frac{400}{x+y}+\frac{256}{x-y}=36\\ \frac{144}{x-y}=9\end{cases}\begin{cases}\frac{400}{x+y}=20\\ \frac{144}{x-y}=9\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+y=5\\ x-y=16\end{cases}\begin{cases}x=18\\ y=2\end{cases}$$

(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).

3. **Доказательство.** Мальчиков и девочек, говорящих на каком-то одном языке либо поровну, либо кого-то из них больше. Гарантировать 101 пару нельзя: может быть, что в одной группе 200 мальчиков, в другой 200 девочек, а в третьей поровну по 100. Рассмотрим 2 случая.

   а) Если количество мальчиков и девочек в какой-либо языковой группе поровну, то их по 200:2 = 100, из которых мы и сформируем 100 пар.
   б) Пусть в 2-х из трех (Р, Г, Ф) языковых группах мальчиков больше, чем девочек (во всех трех группах мальчиков больше быть не может, т.к. всех мальчиков и девочек поровну). Обозначим количество девочек (их меньше) в этих группах за $Д_Р$, $Д_Г$. В третьей группе количество мальчиков (их меньше) $М_Ф$. В каждой языковой группе можно гарантированно сформировать количество пар, равное минимуму из М и Д. В первых двух группах это $Д_Р$, $Д_Г$ пар, а в третьей $М_Ф$ пар, т.е. всего минимум $Д_Р + Д_Г + М_Ф$ пар.

   Т.к. всего девочек 300, то $Д_Р + Д_Г + Д_Ф = 300$.

   Количество девочек $Д_Ф = 200 - М_Ф$. Откуда $Д_Р + Д_Г + (200 - М_Ф) = 300$

   $Д_Р + Д_Г = 100 + М_Ф \geq 100$

   Значит всего может участвовать минимум $Д_Р + Д_Г + М_Ф \geq Д_Р + Д_Г \geq 100$ пар. ч.т.д.

4. **Ответ:** возможны 2 способа разрезания (рис.1, рис.2). Нижний треугольник (рис.3) переместить вверх и получится квадрат. Необходимо доказать, что полученная фигура квадрат (доказать, что стороны равны и углы равны).

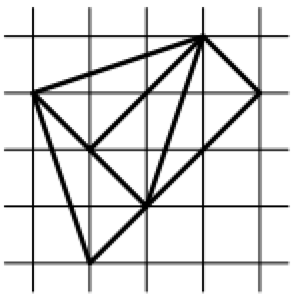


Рис.1

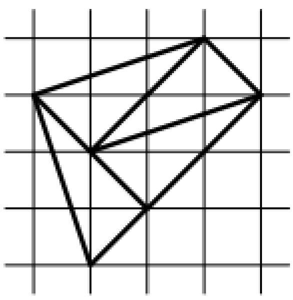


Рис.2

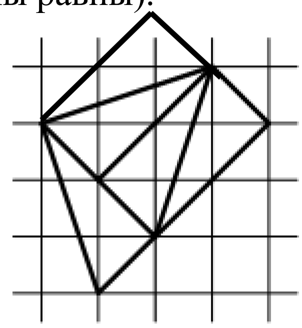
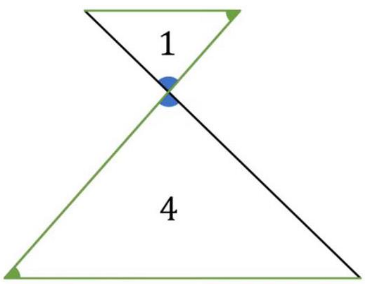
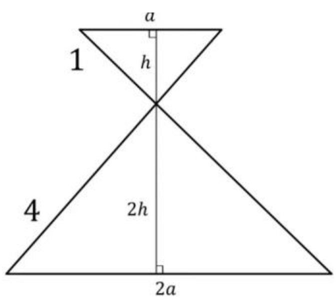
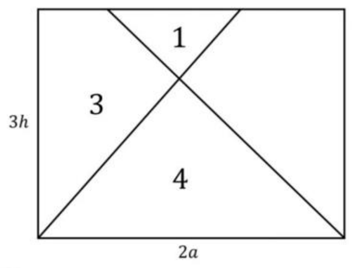


Рис.3

5. **Ответ: 12 см^2.** Решение. Рассмотрим два подобных треугольника. Обозначим основания треугольников за a и $2a$, тогда высоты треугольников будут равны h и 2h. Тогда стороны прямоугольника будут равны 3h и $2a$. Откуда ah=2 и 3h$\cdot 2a$=12.






1
3
4
3h
2a

Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году

Решение 9 класс

1. Ответ: **31,32,…70.** Решение. Пусть х-первое натуральное число последовательности x+(x+1)+…+(x+n)=2020. x(n+1)+n(n+1)/2=2020.
   Получим уравнение и разложим на множители правую часть (n+1)(2x+n)=2•2020=4•1010=5•808=8•505=10•404=40•101, отсюда следует, что х – двузначное, трехзначное или четырехзначное число.
   n+1=40 n=39. Таким образом, этих чисел 40. Подставим и решим уравнение 2x+39=101, откуда получим x=31. Найдем остальные 39 чисел 32…,70.
2. **Ответ: 2 км/ч.** Решение: Пусть собственная скорость парохода равна x км/ч, а скорость течения реки у км/ч. Составим таблицу.

Этапы	направления движения	путь	скорость	время	израсходованное время
первый	по течению	100	x+y	$\frac{100}{x+y}$	9ч
	против течения	64	x-y	$\frac{64}{x-y}$	
второй	по течению	80	x+y	$\frac{80}{x+y}$	9ч
	против течения	80	x-y	$\frac{80}{x-y}$	

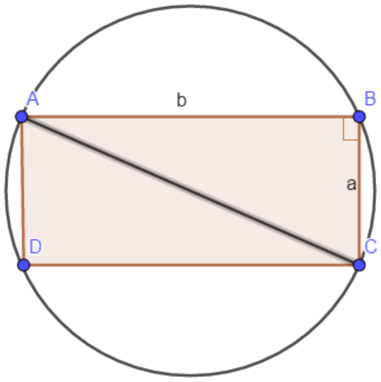
   Составим систему уравнений и решим её:

$$\begin{cases}\frac{100}{x+y}+\frac{64}{x-y}=9\\ \frac{80}{x+y}+\frac{80}{x-y}=9\end{cases} \begin{cases}\frac{400}{x+y}+\frac{256}{x-y}=36\\ \frac{400}{x+y}+\frac{400}{x-y}=45\end{cases} \begin{cases}\frac{400}{x+y}+\frac{256}{x-y}=36\\ \frac{144}{x-y}=9\end{cases} \begin{cases}\frac{400}{x+y}=20\\ \frac{144}{x-y}=9\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+y=5\\ x-y=16\end{cases} \begin{cases}x=18\\ y=2\end{cases}$$

   (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).
3. **Ответ:** 2020π **Решение:** Пусть a, b – корни данного квадратного уравнения. По т. Виета (a = 1, b = -90, c = 10, корни существуют по условию):

$$\begin{cases}ab=10\\ a+b=90\end{cases}$$



Т.к. окружность описана около прямоугольника, то диагональ d прямоугольника – диаметр окружности.

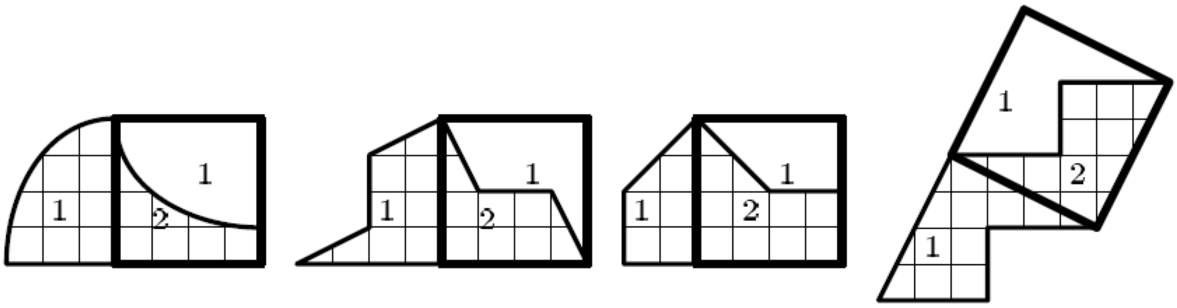
По т. Пифагора: $d^2 = a^2 + b^2$

$d^2 = (a+b)^2 - 2ab = 90^2 - 2 \cdot 10 = 8100 - 20 = 8080.$

Искомая площадь равна:

$S_{кр} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{8080\pi}{4} = 2020\pi$

4. Ответ: Разрезания приведены на рисунке. (1 верное решение - 1 балл, 2 решения -3 балла, 3 решения -5 балов, 4 решения -7 баллов).



5. Ответ: 144 см^2. Решение: Исходный треугольник подобен 3 образовавшимся треугольникам по первому признаку подобия. Поэтому площади 2 образовавшихся треугольников относятся $S_1 : S_2 : S_3 = 4 : 9 : 49$

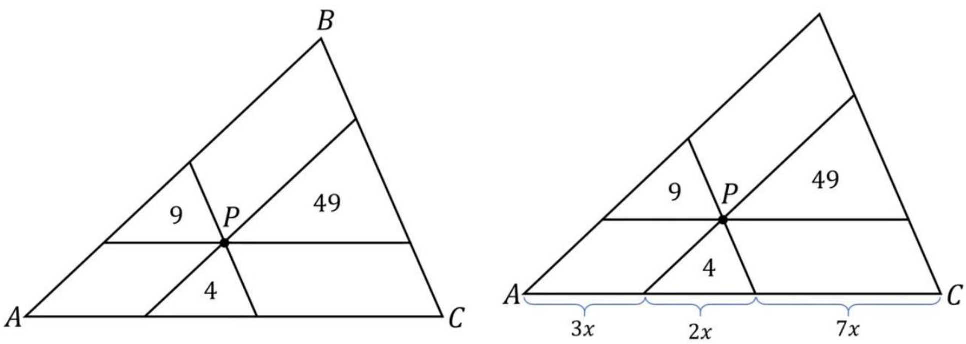
Соответственные стороны относятся как $a_1 : a_2 : a_3 = 2 : 3 : 7$

$a_1 = 2x \; a_2 = 3x \; a_3 = 7x$

Из 3 образовавшихся параллелограммов получим, что сторона $AC = 12x$

$S_1 : S_{ABC} = \left(\frac{2}{12}\right)^2$

$S_{ABC} = 144$



Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников имени академика РАО П.М.Эрдниева в 2019-2020 учебном году

Решение 10 класс

1. **Ответ: 1) 249,…,256 2) 402,..,406** . Решение. Пусть x-первое натуральное число последовательности x+(x+1)+…+(x+n)=2020. x(n+1)+n(n+1)/2=2020.
   Получим уравнение и разложим на множители правую часть (n+1)(2x+n)=2•2020=4•1010=5•808=8•505=10•404=40•101, отсюда следует, что x – либо двузначное, либо трехзначное или четырехзначное число.
   1)n+1=5 n=4. Таким образом, этих чисел 5. Подставим и решим уравнение 2x+4=808, откуда получим x=402. Найдем остальные 4 числа 403,…,407.
   2)n+1=8 n=7. Таким образом, этих чисел 8. Подставим и решим уравнение 2x+7=505, откуда получим x=249. Найдем остальные 7 чисел 250,…,256.
2. Ответ: **8 км.** Решение: Пусть v_1 и v_2 скорости пешеходов в км/ч, S -расстояние от A до B, а x – расстояние, которое осталось пройти второму пешеходу, когда первый закончит переход. Составим систему и решим её:

$$\begin{cases} \dfrac{Sv_2}{2v_1}+24=S \\ \dfrac{Sv_1}{2v_2}+15=S \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{5}{4} \\ \dfrac{v_1}{v_2}=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{5}{4} \\ S=40 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{Sv_2}{v_1}+x=S \\ \dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{5}{4} \\ S=40 \\ \end{cases} \quad \begin{cases} x=8 \\ \dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{5}{4} \\ S=40 \end{cases}$$

   (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, решение обратной задачи-2 балла).
3. Ответ: $4\dfrac{1}{6}$

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=2 \\ x^3+y^3+z^3=3 \end{cases} \begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=2 \\ x^3+y^3+z^3=3 \end{cases}$$

$$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+xz+yz)$$

$$2=(1)^2-2(xy+xz+yz) \qquad xy+yz+zx=-0{,}5$$

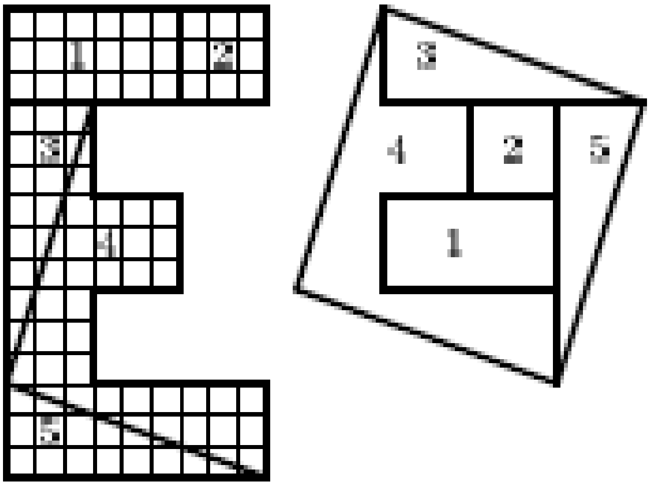
$$x^3+y^3+z^3=(x+y+z)^3-3(xy+xz+yz)(x+y+z)+3xyz$$

$$3=(1)^3-3(-0{,}5)+3xyz \qquad xyz=\frac{1}{6}$$

$$x^4+y^4+z^4=(x^2+y^2+z^2)^2-2(xy+xz+yz)^2+4xyz(x+y+z)$$

$$x^4+y^4+z^4=4-2\cdot(-0{,}5)^2+4\cdot\frac{1}{6}=4\frac{1}{6}$$

4. Ответ: Разрезание приведено на рисунке.

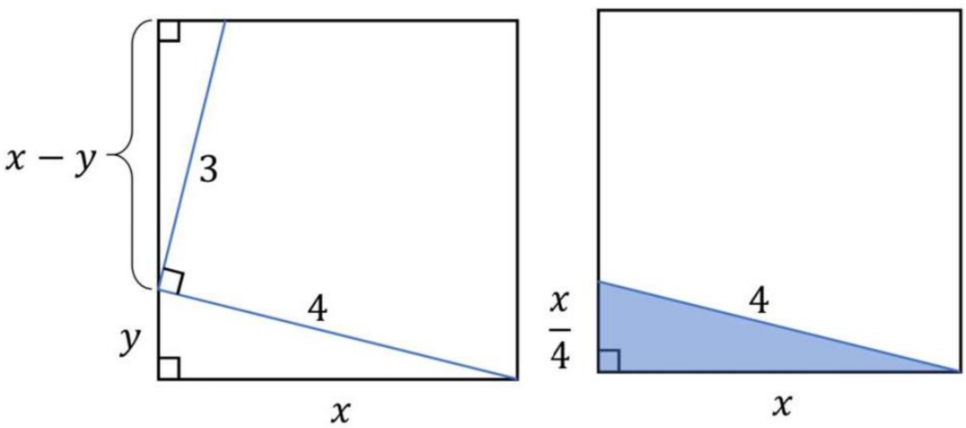


5. Ответ: $x = \dfrac{16}{\sqrt{17}}$. Решение: Треугольник со сторонами 3,4,5 – прямоугольный «египетский». Сторона квадрат равна x, а второй катет треугольника со стороной 4 см обозначим за y. Треугольники подобны по первому признаку (необходимо доказать), получим пропорцию

$$\frac{x-y}{x} = \frac{3}{4} \qquad x = 4y$$

По теореме Пифагора получим $x^2 + \left(\dfrac{x}{4}\right)^2 = 16$

$$x^2 = \frac{256}{17} \quad x = \frac{16}{\sqrt{17}}$$



Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году

Решение 11 класс

1. **Ответ: 1) 249,…,256 2) 402,..,406 3) 31,…,70.** Решение. Пусть x-первое натуральное число последовательности x+(x+1)+…+(x+n)=2020. x(n+1)+n(n+1)/2=2020.
Получим уравнение и разложим на множители правую часть (n+1)(2x+n)=2·2020=4·1010=5·808=8·505=10·404=40·101, отсюда следует, что x – либо двузначное, либо трехзначное или четырехзначное число.
1)n+1=5 n=4. Таким образом, этих чисел 5. Подставим и решим уравнение 2x+4=808, откуда получим x=402. Найдем остальные 4 числа 403,…,407.
2)n+1=8 n=7. Таким образом, этих чисел 8. Подставим и решим уравнение 2x+7=505, откуда получим x=249. Найдем остальные 7 чисел 250,…,256.
3)n+1=40 n=39. Таким образом, этих чисел 40. Подставим и решим уравнение 2x+39=101, откуда получим x=31. Найдем остальные 39 чисел 32…,70.
2. Ответ: **8 км.** Решение: Пусть v_1 и v_2 скорости пешеходов в км/ч, S -расстояние от A до B, а x – расстояние, которое осталось пройти второму пешеходу, когда первый закончит переход. Составим систему и решим её:

$$\begin{cases} \frac{Sv_2}{2v_1}+24=S \\ \frac{Sv_1}{2v_2}+15=S \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{v_1}{v_2}=\frac{5}{4} \\ \frac{v_1}{v_2}=-\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{v_1}{v_2}=\frac{5}{4} \\ S=40 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{Sv_2}{v_1}+x=S \\ \frac{v_1}{v_2}=\frac{5}{4} \\ S=40 \end{cases} \quad \begin{cases} x=8 \\ \frac{v_1}{v_2}=\frac{5}{4} \\ S=40 \end{cases}$$

(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, решение обратной задачи-2 балла).

3. **Ответ:** 6.

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=2 \\ x^3+y^3+z^3=3 \end{cases} \begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=2 \\ x^3+y^3+z^3=3 \end{cases}$$

$$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+xz+yz)$$

$$2=(1)^2-2(xy+xz+yz) \qquad xy+yz+zx=-0{,}5$$

$$x^3+y^3+z^3=(x+y+z)^3-3(xy+xz+yz)(x+y+z)+3xyz$$

$$3=(1)^3-3(-0{,}5)+3xyz \qquad xyz=\frac{1}{6}$$

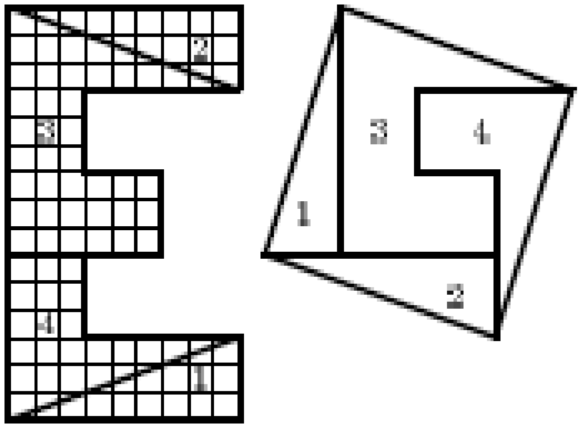
$$x^4+y^4+z^4=\left(x^2+y^2+z^2\right)^2-2(xy+xz+yz)^2+4xyz(x+y+z)$$

$$x^4+y^4+z^4=4-2\cdot(-0{,}5)^2+4\cdot\frac{1}{6}=4\frac{1}{6}$$

$$x^5+y^5+z^5=x^4+y^4+z^4-\left(x^3+y^3+z^3\right)(xy+xz+yz)+xyz\left(x^2+y^2+z^2\right)$$

$$x^5+y^5+z^5=\frac{25}{6}-3(-0{,}5)+\frac{1}{6}\cdot 2=6$$

4. Ответ: Разрезание приведено на рисунке.

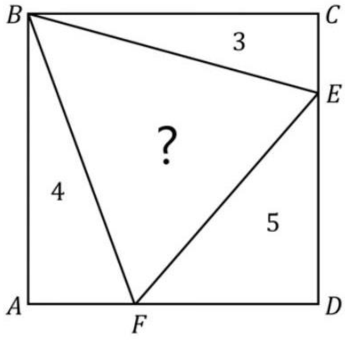


5. Ответ: $4\sqrt{6}$

Решение:

Пусть AB=BC= x-сторона квадрата, тогда $AF=\frac{8}{x}$ $CE=\frac{6}{x}$

Выразим площадь треугольника и получим $S_{FED}=\frac{1}{2}\left(x-\frac{6}{x}\right)\left(x-\frac{8}{x}\right)=5$



Решим уравнение $\left(x-\frac{6}{x}\right)\left(x-\frac{8}{x}\right)=10$

$x^2-6-8+\frac{48}{x^2}=10$ $\quad x^2+\frac{48}{x^2}=24$

$x^2=12\pm\sqrt{96}$

$S_{FEB}=x^2-12$

$$\begin{cases} S_{FEB} = 4\sqrt{6} \\ S_{FEB} = -4\sqrt{6} < 0 \end{cases}$$

$$S_{FEB} = 4\sqrt{6}$$